

DOI: <https://doi.org/10.15276/ict.03.2026.28>

УДК 004.415.5:004.942

Формалізація вимог до математичної моделі об'єкта настроювання класу систем генерації полігармонічних акустичних сигналів

Сичков Віталій Сергійович

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-3709-2029>; sychkov.v.s@op.edu.ua

Національний університет «Одеська політехніка», пр. Шевченка, 1. Одеса, 65044, Україна

АНОТАЦІЯ

У роботі розглянуто проблему формалізації вимог до математичної моделі об'єкта настроювання класу систем генерації полігармонічних акустичних сигналів на прикладі фортепіано. Обґрунтовано, що для оцінювання ефективності програмного забезпечення автоматизованого професійного настроювання недостатньо орієнтуватися лише на максимальну схожість модельованого звучання з реальним інструментом. Модель має одночасно забезпечувати адекватне відтворення властивостей акустичного сигналу, які впливають на визначення висоти та відхилень спектральних складових, можливість керованої зміни стану настроювання і просторових умов реєстрації, однозначність параметричного опису та достатню обчислювальну ефективність. Проаналізовано основні підходи до синтезу звучання фортепіано: семплювання, фізичне моделювання, адитивний синтез і нейромережеві моделі. Показано, що семплювання має високу звукову подібність і низьку обчислювальну складність, але не забезпечує необхідного параметричного контролю; фізичне моделювання є гнучким, проте може бути надмірно складним; нейромережеві моделі здатні забезпечувати високу якість синтезу, але не гарантують прозорості керованості окремими акустичними характеристиками. За результатами порівняння адитивний синтез визначено найбільш доцільною основою моделі. Сформульовано множину з 16 критичних вимог, що охоплюють параметризацію стану настроювання, багатострунність, поперечні та поздовжні коливання струн, негармонічність та її залежність від фізичних параметрів струни, нерівномірність та часову нестабільність обертонів, залежність спектра від положення реєстрації, затухання, атаку, другорядні спектральні складові, нормування рівня сигналу, ідеалізацію несуттєвих властивостей, еталонність опису та обчислювальну ефективність. Визначено межі застосування: для ноти допускається відхилення основної частоти від номінальної в межах ± 100 центів, тривалість генерації тону обмежується трьома секундами, а середній рівень сигналу нормується до рівня, що відповідає помірній гучності. Запропонована система вимог визначає область адекватності майбутньої моделі та створює основу для її подальшого розроблення, програмної реалізації й експериментальної перевірки.

Ключові слова: адекватність математичної моделі; формалізація вимог; оцінювання ефективності програмного забезпечення; об'єкт настроювання; системи генерації полігармонічних акустичних сигналів

Для цитування: Сичков В. С. “Формалізація вимог до математичної моделі об'єкта настроювання класу систем генерації полігармонічних акустичних сигналів”. *Інформатика. Культура. Техніка.* 2026; Том 3 № 1 (3): 336–345. DOI: <https://doi.org/10.15276/ict.03.2026.28>

Актуальність. Процеси забезпечення та оцінювання якості програмного забезпечення (ПЗ) є важливою складовою сучасної програмної інженерії, оскільки визначають відповідність програмних продуктів установленим вимогам, їх придатність до практичного використання та можливість ефективного виконання покладених на них функцій. Для вузькоспеціалізованого ПЗ застосування універсальних підходів до оцінювання якості часто є недостатнім, оскільки його ефективність значною мірою визначається специфічними умовами використання, характером розв'язуваних задач і властивостями відповідної предметної області. У зв'язку з цим актуальним є перехід від статичних універсальних рішень до предметно-орієнтованих структур оцінювання, що передбачають визначення специфічних характеристик і атрибутів якості, встановлення їх вагових коефіцієнтів, а також розроблення відповідних метрик і процедур їх вимірювання для конкретних класів застосувань, зокрема програмних засобів для настроювання класу систем генерації полігармонічних акустичних сигналів [1], [2], [3].

Ці системи є об'єктами або комплексами, здатними формувати звукові сигнали зі складною багатокомпонентною спектральною структурою. Одним із важливих класів таких систем є акустичні струнні музичні інструменти (АСМІ), функціонування яких ґрунтується на збудженні коливальних струн і формуванні складного акустичного сигналу. Найскладнішим представником цього класу є фортепіано, конструктивні та акустичні особливості якого зумовлюють складну структуру сформованого сигналу та значну трудомісткість процесу

настроювання, що полягає в корегуванні натягу струн задля досягнення певного музичного строю, тобто математичного співвідношення ступенів звукової системи за висотою. Як показав аналіз предметної області, аналогічних програмних рішень та експертного досвіду, автоматизоване професійне настроювання АСМІ є складним завданням, оскільки його результат залежить від численних акустичних властивостей інструмента. Для фортепіано, зокрема, істотними є негармонічність коливань струн, особливості формування та затухання обертонів, їх зміна в часі, а також залежність спектральних характеристик від стану струн і умов реєстрації акустичного сигналу. Унаслідок цього результати роботи програмних засобів настроювання можуть залежати як від характеристик самого інструмента, так і від умов вимірювання, що ускладнює їх об'єктивне оцінювання та порівняння [4], [5], [6].

Розв'язання цієї проблеми потребує комплексного врахування знань і підходів із різних галузей, зокрема теорії музики, практики настроювання, акустики, цифрового оброблення сигналів, математичного моделювання, оптимізації та інженерії ПЗ. Їх поєднання дає змогу врахувати фізичні особливості об'єкта настроювання та сформувані обґрунтовані процедури визначення атрибутів і метрик для оцінювання ефективності відповідних програмних засобів.

Важливою передумовою такого оцінювання є наявність формалізованого опису об'єкта настроювання. Математична модель повинна адекватно відтворювати суттєві для настроювання властивості інструмента, забезпечувати кероване формування акустичних сигналів із заданими параметрами та відтворюваність умов експериментального дослідження. Це дає змогу створити контрольоване середовище для оцінювання ПЗ, усунути залежність результатів від конкретного фізичного інструмента та забезпечити формалізоване та відтворюване оцінювання різних програмних рішень. Водночас модель має бути обчислювально ефективною для генерації тестових сигналів у реальному часі та проведення необхідної кількості експериментів.

Мета дослідження полягає у формалізації конкретних вимог до математичної моделі об'єкта настроювання класу систем генерації полігармонічних акустичних сигналів для забезпечення коректного оцінювання ефективності програмного забезпечення для настроювання таких об'єктів. Досягнення поставленої мети передбачає аналіз наявних підходів до моделювання та детальну постановку задачі з урахуванням специфіки професійного настроювання. Отримані результати мають створити основу для подальшого розроблення та програмної реалізації математичної моделі, а також її експериментального дослідження шляхом порівняння з наявними рішеннями за визначеними критеріями адекватності.

Аналіз сучасних підходів та наявних рішень. Наразі є декілька основних підходів до синтезу звучання фортепіано обчислювальними засобами. Розглянемо кожен із них та проаналізуємо з точки зору загальної точності моделі щодо відповідності звучанню реального інструмента, її адекватності для коректного та відтворюваного оцінювання ефективності ПЗ для настроювання та економічності, під якою розумітимемо обчислювальну ефективність моделі, обернену до її обчислювальної складності (вартості).

Семплювання, семплінг, або синтез, заснований на семплах (англ. *sampling, sample-based synthesis*), полягає у використанні попередньо записаних звуків реального фортепіано. Для відтворення ноти система відтворює відповідний запис, причому для різних рівнів гучності можуть використовуватися записи, отримані за різної сили натискання клавіші. Перевагою такого підходу є дуже висока схожість сформованого сигналу із звучанням реального інструмента і найнижча обчислювальна складність під час відтворення, оскільки основні операції зводяться до зчитування та відтворення аудіоданих. Водночас записаний сигнал є результатом уже сформованого фізичного процесу і не містить явного опису окремих параметрів, які необхідно змінювати в межах поставленої задачі. Зокрема, без спеціального додаткового оброблення неможливо незалежно задати частоти окремих обертонів, їхню негармонічність або закономірності їх зміни під час затухання. Крім того, для відтворення широкого діапазону нот і різних умов виконання необхідно зберігати значний обсяг

аудіоданих. Тому, попри високу відповідність реальному звучанню та обчислювальну ефективність, семплювання не забезпечує необхідної керованості параметрами сигналу і тому не є адекватним для створення контрольованого середовища оцінювання ПЗ для настроювання.

Фізичне моделювання (англ. *physical modeling*) передбачає математичний опис фізичних процесів, які формують звук інструмента «з нуля», зокрема коливань струн, взаємодії струни з іншими елементами, її збудження молоточком тощо. На відміну від семплювання, такий підхід дає змогу пов'язати параметри моделі з фізичними властивостями інструмента і керувати ними безпосередньо [7]. Це створює широкі можливості для формування різних станів об'єкта та потенційно забезпечує високу точність відтворення його поведінки. Водночас повний опис фізики фортепіано призводить до складних математичних моделей, а чисельне розв'язання систем нелінійних диференціальних рівнянь у реальному часі вимагає значної обчислювальної потужності. Також налаштування параметрів таких моделей є складним, що зумовлює необхідність спрощень під час їх практичної реалізації. Для поставленої задачі це має принципове значення, оскільки модель не повинна відтворювати всі фізичні процеси реального інструмента, якщо вони не впливають на результати оцінювання ПЗ. Отже, фізичне моделювання забезпечує високу точність і потенційно здатне досягати рівня семплювання, але реалізація такого підходу для поставленої задачі може бути надлишковою за рівнем деталізації та найменш придатною з погляду обчислювальної ефективності.

Адитивний синтез (англ. *additive synthesis*) формує акустичний сигнал як суму окремих синусоїдальних складових, параметри яких можна задавати окремо. Такий підхід дає змогу безпосередньо працювати зі спектральною структурою сигналу, не відтворюючи всі фізичні процеси, що лежать в основі звукогенерації. Для кожної складової можна задавати або обчислювати її частоту, амплітуду та початкову фазу, причому ці параметри можуть змінюватися в часі. Завдяки цьому модель може враховувати негармонічність обертонів, різні швидкості їх затухання та зміни їхніх характеристик у процесі звучання. Важливою перевагою такого представлення є можливість безпосереднього та контрольованого керування параметрами спектральних складових, що забезпечує дуже високу адекватність моделі для формування контрольованого середовища оцінювання ПЗ. Водночас загальна точність адитивної моделі може бути дещо нижчою, ніж у семплювання або детального фізичного моделювання, оскільки для її побудови не обов'язково відтворювати всі складові реального звуку. Проте для поставленої задачі це не є критичним (визначальним) недоліком, оскільки модель має відтворювати насамперед властивості сигналу, що впливають на результати оцінювання. Додатковою перевагою є відносно невисока обчислювальна складність, яка зменшується зі скороченням кількості модельованих складових.

Нейромережеві моделі (англ. *neural network models*) будуються на основі навчання за експериментальними даними та можуть безпосередньо формувати звуковий сигнал або визначати його характеристики. Їх перевагою є здатність виявляти дуже складні нелінійні залежності між вхідними даними та параметрами звучання, що може забезпечувати високу відповідність синтезованого сигналу реальному інструменту [8]. Водночас у чисто нейронних моделях внутрішні характеристики звуку зазвичай не представлені у формі безпосередньо керованих фізично або акустично інтерпретованих параметрів. Унаслідок цього зміна конкретної характеристики, наприклад, частотного відхилення окремого обертона або закономірності його зміни в часі, може не мати однозначного зв'язку з параметрами моделі. Це обмежує можливість використання чисто нейронного підходу для формування еталонного сигналу з наперед заданими властивостями та ускладнює контрольоване дослідження впливу окремих факторів на результати оцінювання ПЗ. Обчислювальна ефективність нейронних моделей залежить від їхньої архітектури: відносно компактні мережі можуть забезпечувати швидкий синтез, тоді як складніші моделі потребують значно більших обчислювальних ресурсів. Отже, нейронні моделі можуть забезпечувати достатньо високу точність і прийнятну економічність, однак за відсутності явного параметричного опису меншою мірою забезпечують контрольованість, необхідну для

оцінювання ефективності ПЗ. Перспективнішим у цьому контексті є використання гібридних підходів, у яких нейронні мережі поєднуються з явними фізичними і адитивними моделями [9], [10], [11].

Таким чином, розглянуті підходи мають різне співвідношення точності, адекватності та обчислювальної ефективності. Семпловання найкраще відтворює готове звучання інструмента та характеризується найнижчою обчислювальною складністю, але не забезпечує необхідного параметричного керування. Фізичне моделювання дає можливість безпосередньо пов'язати характеристики сигналу з фізичними параметрами інструмента, проте за повного врахування фізичних процесів може бути надмірно складним для оцінювання ефективності ПЗ. Нейронні моделі забезпечують високу якість синтезу і можуть бути обчислювально ефективними, однак не завжди дають змогу прозоро керувати характеристиками, що безпосередньо впливають на результати оцінювання. Адитивний синтез займає проміжне положення: завдяки явному поданню окремих спектральних складових він забезпечує необхідну керованість параметрами сигналу та достатню обчислювальну ефективність, особливо за використання обмеженої кількості таких складових. Такий підхід найбільшою мірою відповідає поєднанню вимог до адекватності та економічності, тому саме його доцільно взяти за основу математичної моделі, що розробляється в цій роботі.

Водночас вибір адитивного синтезу як принципу побудови моделі не означає, що наявні моделі безпосередньо відповідають усім висунутим вимогам. Аналіз показує, що жодна з них не забезпечує повної відповідності сукупності вимог, висунутих до моделі в межах поставленої задачі, яку буде сформульовано далі. Наявні рішення відтворюють окремі суттєві властивості сигналу (негармонічність, часові зміни амплітуд і частот, затухання, атаку або шумові складові), проте не забезпечують їх одночасного параметричного опису та керування. Зокрема, у розглянутих моделях відсутня або недостатньо розвинена функціональна залежність спектральних характеристик від параметрів окремої струни та положення засобу реєстрації, а також не передбачається повний контроль над нерівномірністю і часовою нестабільністю окремих обертонів. Більшість таких моделей орієнтована на реалістичне відтворення звучання або аналіз окремих його властивостей, а не на формування відомого та відтворюваного стану об'єкта настроювання з можливістю однозначного визначення еталонних параметрів. Тому їх не можна вважати повністю адекватними моделюванню фортепіано саме як об'єкта настроювання в задачі оцінювання ефективності програмних засобів настроювання АСМІ. Водночас окремі принципи, використані в цих роботах, зокрема [12], доцільно використати як основу для побудови спеціалізованої моделі.

Постановка задачі моделювання об'єкта настроювання. У межах поточного дослідження необхідно розробити математичну модель акустичного струнного ударно-клавішного музичного інструмента (фортепіано), призначену для генерації тонів у режимі реального часу з можливістю попереднього задання параметрів їхнього звучання. Модель має бути використана як складова методу оцінювання ефективності програмного забезпечення для настроювання відповідного класу систем генерації полігармонічних акустичних сигналів. Відповідно до загального підходу до математичного моделювання, модель повинна відображати не всі властивості реального об'єкта, а лише ті його характеристики, які є суттєвими для поставленої задачі. У зв'язку з цим рівень деталізації моделі повинен бути достатнім для адекватного відтворення властивостей фортепіано, що впливають на результати його настроювання, водночас без невиправданого ускладнення моделі та збереженням необхідної обчислювальної вартості.

Цей АСМІ, який із точки зору настроювання є найскладнішим представником класу систем генерації полігармонічних акустичних сигналів, необхідно розглядати саме як об'єкт настроювання. На відміну від інших інструментів, його складність зумовлена конструктивними особливостями, зокрема великою кількістю струн та пов'язаних із ними елементів, взаємодія яких формує складну структуру звукового сигналу. Це зумовлює значний обсяг і трудомісткість процесу настроювання. Водночас характеристики сигналу залежать від

параметрів окремих струн, способу їх збудження й умов реєстрації сигналу, а також можуть змінюватися протягом звучання нот. Тому під час формування моделі необхідно забезпечити відтворення тих властивостей сигналу, які є суттєвими для процесу настроювання та можуть впливати на результати роботи програмних засобів і, відповідно, на оцінювання їхньої ефективності.

Разом із тим прагнення до максимально повного фізичного відтворення всіх акустичних і механічних властивостей реального фортепіано є недоцільним. З огляду на цільове призначення моделі окремі властивості інструмента слід свідомо виключити або ідеалізувати. Зокрема, модель не повинна передбачати використання педалей, оскільки їх не застосовують під час настроювання. Також не варто додавати певні резонанси, як-от симпатичні резонанси незаглушених струн або дуплекс-шквал, які можуть ускладнювати його виконання та можуть бути усунені настроювачем під час попередньої підготовки інструмента. Такий відбір властивостей об'єкта відповідає принципу побудови моделі відповідно до її призначення: модель має відображати лише ті характеристики реального об'єкта, які є суттєвими для досліджуваного процесу, тоді як їх надмірна деталізація призводить до необгрунтованого ускладнення моделі.

Для усунення впливу чинників, які в реальних умовах можуть маскувати результати настроювання, під час формалізації моделі необхідно прийняти низку ідеалізованих припущень. Насамперед передбачається моделювання ідеально відрегульованого інструмента, у якому механіка забезпечує однакові та узгоджені умови збудження струн для всіх нот. Це необхідно, оскільки дефекти або відмінності регулювання механіки можуть спричиняти специфічні особливості звучання окремих нот, які не є безпосереднім наслідком неправильного настроювання і в реальному процесі повинні усуватися окремо. Крім того, передбачається ідеальна стабільність строю. Після встановлення заданого натягу струни він та решта її параметрів залишаються незмінними до моменту наступного коригування, якщо воно необхідне в процесі настроювання. Контроль стабільності строю реального інструмента покладається на фахівця, а не на програмне забезпечення.

Під час побудови моделі необхідно врахувати основні акустичні властивості струн, зокрема особливості їх коливання та сформованого ними сигналу. Модель повинна відображати як поперечні, так і поздовжні складові коливань струн, оскільки їх взаємодія визначає цю структуру. Необхідно врахувати негармонічність коливань кожної струни, а також її залежність від натягу, товщини та жорсткості. Водночас спектр не можна розглядати як набір строго гармонічних і незмінних за часом компонентів. Частоти обертонів у процесі затухання звуку повинні змінюватися, тобто модель повинна відтворювати їхню несталість у часі. Крім загального відхилення обертонів від точних гармонік, спричиненого негармонічністю, потрібно врахувати нерівномірність цих відхилень, за якої окремі обертони можуть мати дещо більші або менші відхилення за величиною від загальної закономірності негармонічного зміщення.

Особливо важливою вимогою є врахування залежності спектральних характеристик від умов реєстрації акустичного сигналу. Положення мікрофона або іншого засобу реєстрації визначає співвідношення внесків різних мод коливання струн та, відповідно, може змінювати амплітуди і сприймані частотні характеристики окремих обертонів. Тому модель повинна забезпечувати можливість задавати положення реєстрації акустичного сигналу як параметр та формувати відповідну зміну спектрального складу. У такому разі модель описує не єдиний фіксований спектр ноти, а залежність характеристик сигналу від просторового положення засобу реєстрації, тобто тюнера.

Зміни спектральних характеристик, зумовлені варіюванням натягу струни та положенням реєстрації сигналу, доцільно розглядати як параметрично обумовлену невизначеність. Для настроювача і навіть для програмного засобу ця залежність не є безпосередньо відомою в процесі вимірювання: заздалегідь неможливо визначити точну поведінку кожного окремого обертона за довільної зміни натягу струни або положення мікрофона. Разом із тим зазначена невизначеність не повинна моделюватися як незалежна

випадкова зміна характеристик сигналу. Зміна спектральних параметрів має відбуватися плавно та закономірно залежно від керувальних параметрів моделі. Отже, модель повинна задавати функціональні залежності, які для кожного можливого натягу струни та положення реєстрації однозначно визначають відповідні характеристики обертонів, допускаючи водночас складну, нелінійну та нестационарну їхню поведінку. Такий підхід дає змогу відтворити властивість реального інструмента, за якої зміни є непередбачуваними для настроювача без спеціального вимірювання, але не є хаотичними.

Необхідність такого параметричного опису пов'язана безпосередньо з подальшим призначенням моделі. Метод оцінювання ефективності ПЗ повинен використовувати її як відомий еталонний опис об'єкта: для заданого стану інструмента та заданого положення реєстрації сигналу він має визначати відповідні характеристики обертонів, оцінювати результат настроювання та порівнювати його з оптимальним значенням. Зокрема, у положенні, прийнятому для слухової валідації настроювання, необхідно визначити поточний стан модельованого інструмента, а потім, використовуючи ту саму модель, розрахувати параметри оптимального настроювання для цього положення. Отже, модель повинна містити достатньо повну інформацію про залежність спектральних характеристик кожної ноти від параметрів струни та просторового положення реєстрації, щоб ці залежності могли використовуватися не лише для генерації звукового сигналу, а й для оцінювання результатів роботи досліджуваного ПЗ.

У часовій області модель повинна забезпечувати генерацію кожного тону з урахуванням процесу його затухання. Тривалість моделювання одного тону доцільно обмежити трьома секундами, причому для нот, у яких звук затухає раніше, сигнал повинен завершуватися відповідно до фактичної тривалості модельованого процесу. Швидкість затухання повинна залежати від регістру: басові тони мають зберігатися довше, тоді як у дисканті коливання повинні затухати швидше. Таким чином, амплітудна огинальна сигналу не повинна бути однаковою для всього діапазону фортепіано, а має відповідати характерній для відповідного регістру динаміці затухання.

Додатковим обмеженням моделі має бути діапазон можливих частотних відхилень нот від відповідних номінальних значень. Для кожної ноти доцільно встановити область допустимих відхилень її основної частоти в межах від -100 до +100 центів відносно заданого номінального значення. Вибір такого діапазону дає змогу охопити достатньо широку область станів інструмента, що може виникати під час настроювання, включно з початковими та проміжними станами, водночас не виходячи за межі практично значущих режимів, для яких модель буде застосовуватися. Зазначене обмеження слід розглядати як характеристику області застосування моделі, а не як універсальну фізичну межу можливих станів реального інструмента. Воно визначає допустимий діапазон зміни основної частоти ноти та пов'язаних із нею спектральних характеристик модельованого інструмента.

Установлення обмеженого діапазону частотних відхилень разом із часовим обмеженням тривалості сигналу визначає область допустимих значень параметрів моделі, в межах якої має забезпечуватися її адекватність. Для кожної ноти модель повинна коректно відтворювати властивості акустичного сигналу лише для станів, що відповідають цій області, а не для довільних значень параметрів. Це дає змогу зосередити обчислювальні ресурси на відтворенні фізично та практично значущих режимів і не ускладнювати модель описом станів, які не використовуватимуться під час оцінювання програмних засобів настроювання. Такий підхід відповідає поняттю області адекватності математичної моделі, у межах якої забезпечується необхідна відповідність моделі властивостям реального об'єкта.

Задана область має також бути повністю описана залежностями, що визначають характеристики модельованого сигналу. Для кожної ноти, допустимого частотного відхилення та положення засобу реєстрації повинні бути визначені відповідні частоти, амплітуди і початкові фази обертонів, характер їхньої зміни в часі та інші параметри, необхідні для формування акустичного сигналу. Таким чином, модель повинна забезпечувати однозначне відтворення сигналу для будь-якого стану, що належить

установленій області, і водночас надавати засобу оцінювання інформацію, необхідну для визначення поточного та оптимального станів настроювання. Це дає змогу використовувати ту саму модель як для синтезу тестових сигналів, так і для кількісного оцінювання результатів роботи ПЗ.

Також рівень гучності всіх модельованих нот необхідно нормувати до єдиного середнього рівня, що відповідає динамічному відтінку «меццо-форте» (італ. *mezzoforte* – помірно голосно). Таке обмеження необхідне для того, щоб відмінності результатів роботи ПЗ не визначалися різною гучністю тестових сигналів. До того ж такий підхід відповідає практиці професійного настроювання, під час якого фахівець прагне відтворювати ноти з однаковою силою. Водночас для повнішого відтворення характеру звучання інструмента в моделі бажано врахувати другорядні складові сигналу, які можуть впливати на результати його аналізу програмним забезпеченням. Зокрема, до них належить характерний призвук, що виникає під час атаки (удару молоточка по струнах). У момент збудження струни виникає швидкий перехідний процес, під час якого усталена гармонічна структура сигналу ще не сформована, що ускладнює визначення частот окремих складових. Окрім того, модель повинна враховувати шумові та побічні спектральні складові (негармонічні обертони), які присутні в реальному акустичному сигналі поряд із вираженими гармонічними складовими та впливають на його спектральну структуру. Параметри цих складових повинні бути контрольованими, щоб забезпечити можливість дослідження їхнього впливу на роботу програмних засобів настроювання. Врахування зазначених особливостей дасть змогу простежити їхній вплив на результати роботи програмного забезпечення.

Таким чином, результатом моделювання має бути обчислювально ефективна модель, яка за заданими параметрами стану інструмента, характеристиками збудження та положенням реєстрації формує часовий акустичний сигнал фортепіанного тону з фізично обґрунтованим спектральним складом і його зміною в часі. Модель повинна відображати основні властивості, що визначають поведінку сигналу в задачі настроювання, зокрема поперечні та поздовжні коливання струн, негармонічність та її залежність від конкретних параметрів, нерівномірність частотних відхилень окремих обертонів, їхню нестабільність, або «коливність», залежність амплітудного співвідношення мод від положення реєстрації та характерне затухання тону. Водночас властивості реального інструмента, які не впливають безпосередньо на визначення рівня якості його настроювання, повинні бути виключені або ідеалізовані.

Ключовою вимогою до моделі є її адекватність стосовно задачі оцінювання ефективності програмних засобів настроювання розглядуваного класу систем генерації полігармонічних акустичних сигналів. Адекватною в цьому разі слід вважати не модель, яка максимально точно відтворює реальне звучання фортепіано за всіма можливими акустичними характеристиками, а модель, яка з достатньою точністю відображає ті властивості сигналу, від яких залежать результати визначення висоти гармонік, їхніх відхилень і, зрештою, оцінка правильності настроювання. Одночасно модель повинна залишатися економічною, тобто забезпечувати достатню обчислювальну ефективність для генерації сигналів у режимі реального часу та проведення великої кількості повторних експериментів. Отже, постановка задачі полягає у створенні компромісної моделі фортепіано, в якій рівень фізичної деталізації визначається не вимогою повної автентичності звучання, а необхідністю достовірного відтворення тих факторів, що впливають на результати автоматизованого професійного настроювання, за одночасного забезпечення прийнятної обчислювальної складності.

Формалізація вимог до моделі об'єкта настроювання. Виходячи з призначення моделі як контрольованого засобу генерації тестових акустичних сигналів та еталонного оцінювання результатів настроювання, сформовано множину критичних вимог:

$$R = \{R_1, R_2, \dots, R_{16}\}, \quad (1)$$

де R_1 – параметризація стану настроювання. Для кожної ноти модель повинна забезпечувати задання відхилення її основної частоти від номінального значення в межах від -100 до +100

центів; R_2 – врахування багатострунності. Тон ноти повинен формуватися з урахуванням індивідуальних параметрів усіх струн, що беруть участь у її звучанні; R_3 – врахування поперечних і поздовжніх складових коливань струн. Модель повинна відображати основні типи коливань струн, що визначають структуру сформованого акустичного сигналу; R_4 – врахування негармонічності та її залежності від фізичних параметрів струн. Частоти обертонів не повинні розглядатися як точні кратні основній частоті, а характер їхнього відхилення від гармонічного ряду повинен залежати від стану струни; R_5 – врахування нерівномірності частотних відхилень гармонік. Модель повинна допускати індивідуальні відхилення частот окремих обертонів від загальної закономірності негармонічного зміщення; R_6 – врахування часової нестабільності спектральних складових. Частоти обертонів повинні змінюватися протягом звучання ноти, а не залишатися сталими протягом усього сигналу; R_7 – врахування залежності спектральних характеристик від положення засобу реєстрації. Модель повинна забезпечувати задання просторового положення мікрофона або іншого засобу реєстрації та відповідну зміну спектрального складу сигналу; R_8 – параметрично зумовлена зміна спектральних характеристик. Зміни характеристик сигналу внаслідок зміни стану струн або положення реєстрації повинні визначатися заданими параметрами моделі, а не незалежними випадковими варіаціями; R_9 – реєстрозалежне затухання нот. Амплітудна огинальна сигналу повинна залежати від реєстру фортепіано та забезпечувати характерну для різних його ділянок швидкість затухання; R_{10} – обмеження тривалості сигналу. Тривалість моделювання одного тону не повинна перевищувати трьох секунд, а для нот, у яких звучання затухає раніше, сигнал повинен завершуватися відповідно до тривалості модельованого процесу; R_{11} – врахування перехідного процесу атаки. Модель повинна відтворювати характерну для моменту збудження струни перехідну складову, яка може впливати на результати спектрального аналізу; R_{12} – контрольоване врахування другорядних спектральних складових. Модель повинна передбачати можливість задавати шумові та побічні негармонічні складові сигналу та змінювати їх характеристики для дослідження їхнього впливу на роботу програмних засобів; R_{13} – нормування рівня сигналу. Середній рівень усіх модельованих нот повинен бути приведений до єдиного значення, що відповідає прийнятому (помірному) рівню; R_{14} – ідеалізація несуттєвих для задачі настроювання властивостей. Модель повинна виключати або ідеалізувати вплив педалей, симпатичних і дуплексних резонансів, дефектів механіки та нестабільності вже встановленого строю; R_{15} – однозначність та еталонність параметричного опису. Для кожного допустимого стану інструмента та положення реєстрації модель повинна однозначно визначати характеристики сформованого сигналу, і той самий опис повинен бути придатним для визначення еталонного стану настроювання; R_{16} – обчислювальна ефективність. Модель повинна забезпечувати генерацію акустичних сигналів у режимі реального часу та бути достатньо економною для багаторазового проведення експериментів.

Обговорення результатів та висновки. Дослідження показало, що математична модель фортепіано для оцінювання програмних засобів настроювання має відтворювати не всі властивості реального інструмента, а лише ті характеристики акустичного сигналу, які впливають на визначення висоти складових, їхніх відхилень і правильності настроювання. Тому її адекватність слід оцінювати відповідно до функціонального призначення, а обчислювальну складність розглядати як важливу умову багаторазового проведення експериментів.

Порівняння підходів до синтезу засвідчило, що семплювання забезпечує високу звукову подібність, але не дає достатнього параметричного контролю; фізичне моделювання є гнучким, проте надмірно складним; нейромережеві моделі мають високий потенціал, однак не гарантують прозорого керування акустичними параметрами. Найбільш збалансованим рішенням визначено адитивний синтез, що дає змогу безпосередньо задавати частоти, амплітуди та фази складових і керовано змінювати їх у часі за відносно невисокої обчислювальної складності.

Водночас наявні адитивні моделі не забезпечують повного опису залежності спектральних характеристик від стану окремої струни та положення засобу реєстрації, а також нерівномірності

й часової нестабільності обертонів. Тому необхідно розробити спеціалізовану модель, архітектура якої визначатиметься вимогами конкретної задачі оцінювання програмного забезпечення.

Сформована множина з 16 вимог охоплює параметризацію стану настроювання, залежність негармонічності від низки параметрів струн, поперечні та поздовжні моди коливань, часову нестабільність обертонів і залежність спектра від положення мікрофона. Їх урахування дає змогу формувати відомий і відтворюваний стан інструмента, а не лише акустично правдоподібний сигнал. Важливо, щоб спектральні зміни визначалися керувальними параметрами моделі, а не незалежними випадковими варіаціями.

Обмеження, як-от відхилення основної частоти в межах ± 100 центів, тривалість тону до трьох секунд і нормування рівня до помірної гучності, дають змогу зменшити простір параметрів та обчислювальні витрати. Ідеалізація або виключення другорядних чинників, зокрема педалей, симпатичних резонансів, дефектів механіки й нестабільності строю, зменшує їхній вплив на результати оцінювання.

Отже, основним результатом роботи є формалізована система вимог до математичної моделі фортепіано як об'єкта настроювання. Вона визначає необхідний рівень деталізації, область адекватності, параметри керування та вимогу до достатньої обчислювальної ефективності. Сформульовані положення створюють основу для подальшої побудови, програмної реалізації та експериментальної перевірки спеціалізованої адитивної моделі.

Конфлікт інтересів: Автор декларує, що не має конфлікту інтересів, зокрема фінансового, особистого, авторського чи будь-якого іншого характеру, який міг би вплинути на дослідження, а також на результати, опубліковані в цій статті.

Фінансування: Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

Доступність даних: Усі дані доступні в цифровій або графічній формі в основному тексті рукопису.

Використання засобів штучного інтелекту (ШІ): Під час підготовки рукопису використовувався інструмент GPT-5.5 штучного інтелекту (ШІ) для граматичної та стилістичної перевірки тексту. Усі фрагменти, опрацьовані за його допомогою, були перевірені й відредаговані автором. ШІ не використовувався для генерації тексту, формул і таблиць, формування наукових положень, отримання результатів або формулювання висновків. Наукові положення, результати та висновки є власним інтелектуальним внеском автора.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Laporte, C. Y. & April, A. “Software quality assurance”. 1st ed. Wiley. 2017. DOI: <https://doi.org/10.1002/9781119312451.ch3>.
2. Goericke, S. (ed.). “The future of software quality assurance”. Springer International Publishing. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-29509-7>.
3. Entringer, T. C. & Ailton, da S. F. “Software quality evaluation: a bibliometric analysis and future perspectives”. *Independent Journal of Management & Production*. 2019; 10 (5): 1499–1515. DOI: <https://doi.org/10.14807/ijmp.v10i5.911>.
4. Сичков, В. С. «Аналіз предметної області програмного забезпечення для автоматизованого професійного настроювання акустичних струнних музичних інструментів». *Традиційні та інноваційні підходи до наукових досліджень : матеріали X Міжнародної наукової конференції. Міжнарод. центр наук. досліджень (МЦНД). Вінниця: ТОВ «УКРЛОГОС Груп»*. 2025. р. 302–312. DOI: <https://doi.org/10.62731/mcnd-26.12.2025.005>.
5. Сичков, В. С. «Огляд історичного розвитку і функціональних можливостей програмного забезпечення для автоматизованого настроювання акустичних струнних музичних інструментів». *Modern Science: Research, Economy and Innovation: збірник наук. праць з матеріалами 4-ї Міжнарод. наук.-практ. конф.* Загреб, Хорватія. 2026. р. 112–118. DOI: <https://doi.org/10.70286/ISU-21.01.2026.008>.
6. Сичков, В. С. «Програмне забезпечення для автоматизованого професійного настроювання акустичних струнних музичних інструментів: експертний погляд». *Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія: Технічні науки*. 2025; 36 (75 (4)): 273–278. DOI: <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2025.4.2/36>.
7. Xie, H. “Physical modeling of piano sound”. *arXiv*. 2024. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2409.03481>.

8. Simionato, R. & Fasciani S. “Sines, transient, noise neural modeling of piano notes”. *arXiv*. 2024. DOI: <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2409.06513>.
9. Renault, L., et al. “DDSP-Piano: A neural sound synthesizer informed by instrument knowledge”. *Journal of the Audio Engineering Society*. 2023; 71 (9): 552–565. DOI: <https://doi.org/10.17743/jaes.2022.0102>.
10. Simionato, et al. “Physics-informed differentiable method for piano modeling”. *Frontiers in Signal Processing: Audio and Acoustic Signal Processing*. 2024; 3: 1276748. DOI: <https://doi.org/10.3389/frsip.2023.1276748>.
11. Zhang, D. “A hybrid architecture combining physical modeling and neural networks for piano sound synthesis”. *Systems and Soft Computing*, 2026; 8: 200435, www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2772941925002546. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sasc.2025.200435>.
12. Rigaud, F., David, B. & Daudet, L. “A parametric model and estimation techniques for the inharmonicity and tuning of the piano”. *Journal of the Acoustical Society of America*. 2013; 133 (5): 3107–3118, <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84877632163&doi=10.1121%2f1.4799806&partnerID=40&md5=5f42cd7b009f4eedc162b4956d350fd5>. DOI: <https://doi.org/10.1121/1.4799806>.

Отримано 06.07.2026

Отримано після перегляду 27.08.2026

Прийнято 02.09.2026

DOI: <https://doi.org/10.15276/ict.03.2026.28>

UDC 004.415.5:004.942

Requirements formalization for a mathematical model of the tuning object of the class of polyharmonic acoustic signal generation systems

Vitalii S. Sychkov

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-3709-2029>; sychkov.v.s@op.edu.ua
Odesa Polytechnic National University, 1, Shevchenko Av. Odesa, 65044, Ukraine

ABSTRACT

The paper addresses the issue of formalizing requirements for a mathematical model of a tuning object belonging to the class of polyharmonic acoustic signal generation systems, using the piano as an example. It is substantiated that, for evaluating the efficiency of software for automated professional tuning, it is insufficient to focus solely on the maximum similarity between the synthesized sound and that of a real instrument. The model must simultaneously provide adequate reproduction of acoustic signal properties that affect pitch determination and the estimation of spectral component deviations, controllable variation of the tuning state and spatial recording conditions, an unambiguous parametric description, and sufficient computational efficiency. The main approaches to piano sound synthesis are analyzed: sampling, physical modeling, additive synthesis, and neural network models. It is shown that sampling provides high acoustic similarity and low computational complexity but does not offer the required parametric control; physical modeling is flexible but can be excessively complex; and neural network models can provide high synthesis quality but do not guarantee transparent control over individual acoustic characteristics. Based on the comparison, additive synthesis is identified as the most appropriate foundation for the model. A set of 16 critical requirements is formulated, covering the parameterization of the tuning state, multiple strings per note, transverse and longitudinal string vibrations, inharmonicity and its dependence on the physical parameters of a string, non-uniformity and temporal instability of overtones, the dependence of the spectrum on the recording position, decay, attack, secondary spectral components, signal-level normalization, idealization of non-essential properties, reference character of the description, and computational efficiency. The scope of application is defined as follows: the deviation of a note's fundamental frequency from its nominal value is allowed within ± 100 cents, the tone generation duration is limited to three seconds, and the average signal level is normalized to a level corresponding to moderate loudness. The proposed system of requirements defines the domain of adequacy of the future model and provides a basis for its further development, software implementation, and experimental validation.

Keywords: adequacy of the mathematical model; formalization of requirements; software efficiency evaluation; tuning object; polyharmonic acoustic signal generation systems

ІНФОРМАЦІЯ ПРО АВТОРА



Сичков Віталій Сергійович – аспірант, асистент каф. Інженерії програмного забезпечення. Національний університет «Одеська політехніка», пр. Шевченка, 1. Оdesa, 65044, Україна

Галузь досліджень: інженерія програмного забезпечення; цифровий аналіз та оброблення сигналів

Vitalii S. Sychkov – Postgraduate student (PhD), Assistant, Software Engineering Department. Odesa Polytechnic National University, 1, Shevchenko Av. Odesa, 65044, Ukraine

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-3709-2029>; sychkov.v.s@op.edu.ua

Research field: software engineering; digital signal analysis and processing