

DOI: <https://doi.org/10.15276/ict.03.2026.82>

УДК 621.233:629.113.65:519.87

Оцінка граничної енергетичної ефективності рекуперативного гальмування привода малого електричного транспортного засобу

Лутчин Ігор Юрійович¹⁾

ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-2691-9381>; ihor.y.lutchyn@lpnu.ua. Scopus Author ID: 60560224000

Щур Ігор Зенонович¹⁾

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7346-1463>; ihor.z.shchur@lpnu.ua. Scopus Author ID: 36348908300

¹⁾ Національний університет «Львівська політехніка», вул. Степана Бандери, 12. Львів, 79013, Україна

АНОТАЦІЯ

Відомо, що рекуперативне гальмування малих електричних транспортних засобів не завжди є ефективним, що викликано як порівняно невисокими значеннями повної маси і швидкості руху, так і втратами в системі привода. Огляд наявної літератури показує, що увага дослідників часто прикута до підвищення енергетичної ефективності вищезгаданого процесу шляхом удосконалення програмних, апаратних чи технічних рішень, однак автори не формулювали чітко граничну межу ефективності. У роботі розроблено математичну модель руху малого електричного транспортного засобу – електровелосипеда, на якій отримано сімейство гальмівних характеристик з теоретично максимальною потужністю рекуперативного гальмування у функції від гальмівного прискорення та швидкості руху. Для оцінки реальної потужності рекуперативного гальмування та енергії, відданої до акумуляторної батареї, було проведено комп'ютерне моделювання роботи привода електровелосипеда з безщітковим двигуном постійного струму в середовищі MATLAB/Simulink. Методика дослідження включала в себе трикратне повторення тестового заїзду при забезпеченні трьох різних гальмівних прискорень за одночасного збереження отриманих значень механічної і електричної потужностей, обчислення енергій рекуперації привода та його енергетичної ефективності. Отримані результати дають змогу зробити висновок, що максимальна енергетична ефективність рекуперативного гальмування зростає зі зменшенням гальмівного прискорення, однак в кінці гальмування, за певного значення швидкості, енергетична ефективність драматично знижується до нуля, що пояснюється як втратами в системі привода, так і обраним методом гальмування.

Ключові слова: Електричний транспортний засіб; електровелосипед; безщітковий двигун постійного струму; рекуперативне гальмування; гранична енергетична ефективність

Для цитування: Лутчин І. Ю., Щур І. З. “Оцінка граничної енергетичної ефективності рекуперативного гальмування привода електричного транспортного засобу”. *Інформатика. Культура. Техніка.* 2026; Том 3 № 2 (4): 1057–1068. DOI: <https://doi.org/10.15276/ict.03.2026.82>

Актуальність. Забезпечення екологічності та підвищення енергетичної ефективності роботи транспорту є однією з цілей сталого розвитку. Одним із способів досягнення даної цілі в електричних транспортних засобах (ЕТЗ) є рекуперативне гальмування, що дає змогу перетворити частину механічної енергії під час гальмування в електричну, за допомогою якої можна підзарядити акумуляторну батарею (АБ) і тим самим розширити запас ходу транспортного засобу. Для підвищення ефективності процесу рекуперації необхідно знати потенційні енергетичні можливості привода конкретного ЕТЗ за різних гальмівних прискорень, що задаються водієм. Особливо дана задача актуальна у малогабаритних ЕТЗ таких як електросамокати, електроскутери, електровелосипеди тощо, що пов'язано з їхньою порівняно малою масою та, відповідно, кінетичною енергією руху. Окрім цього, процес перетворення вищезгаданої енергії у електричну супроводжується наявністю втрат в системі привода. Цей аспект спонукав авторів даної статті до оцінки граничної межі рекуперативного гальмування у малогабаритному ЕТЗ, в яких, як правило, застосовуються безщіткові двигуни постійного струму (БДПС).

Аналіз літератури. Аналіз літератури показує, що під час дослідження рекуперативного гальмування автори фокусувалися на різних аспектах проблеми, зокрема: аналізі способів електричного гальмування ЕТЗ з БДПС [0], розробленні траєкторії обмеження електричного гальмівного моменту для покращення рекуперативного гальмування ЕТЗ [2], дослідженні обмежень рекуперативного гальмування БДПС з врахуванням нелінійних параметрів силового кола та варіацій внутрішнього опору АБ [3], розробці моделі системи електропривода для визначення обмежень рекуперативного гальмування [4], дослідженні

енергоефективності електропривода ЕТЗ шляхом побудови карт ефективності роботи БДПС в тягових режимах та дослідженню проблеми використання багатодвигунних тягових електроприводів з погляду енергоефективності роботи кожного окремого двигуна [5].

У роботах [6], [7] автори запропонували використовувати зворотну провідність польових транзисторів в момент паузи широтно-імпульсної модуляції (ШІМ) (в момент віддачі електричної енергії до АБ), щоб відповідні транзистори виконували функції зворотних діодів. За допомогою вищезгаданого підходу авторам вдалося отримати приріст енергетичної ефективності роботи силового перетворювача від 3,5% до 10% залежно від обраного методу комутації транзисторів силового інвертора. Авторами праці [8] було запропоновано модульну систему з регулятором струму для забезпечення вищого значення коефіцієнта підсилення підвищувального DC-DC перетворювача, що працює на підзаряд АБ в режимі рекуперативного гальмування. Увага інших авторів була сконцентрована на реалізації універсальних перетворювачів системи живлення, що реалізують задачі заряджання АБ, тяги, рекуперативного гальмування [9], та на демонстраціях переваг використання двополярної ШІМ для підвищення якості керування БДПС [10]. У праці [11] висвітлено огляд та аналіз розробок у галузі двонапрямних напівпровідникових перетворювачів, їх топологій та проведено обговорення способів оптимізації гальмівного зусилля та об'ємів рекуперованої енергії. Розроблення багатоцільового алгоритму керування каскадним напівпровідниковим інвертором для забезпечення шестикрокового перемикання фазних напруг БДПС, багаторівневого регулювання величини напруги та вирівнювання заряду акумуляторних модулів у режимах тяги та рекуперативного гальмування ЕТЗ було представлено у [12]. У статті [13] було висвітлено використання двонапрямних Zeta-SEPIC перетворювачів в системах рекуперації енергії гальмування БДПС, що застосовуються в ЕТЗ малої і середньої потужності.

Гібридні системи бортового живлення, що поєднують АБ та суперконденсатори стають все більш популярними в останні роки [14], [15]. Окрім забезпечення живлення привода та бортової мережі, на ці системи накладаються також деякі додаткові функції: забезпечення стабілізації струму (електромагнітного моменту двигуна) при використанні понижуючого DC-DC перетворювача [14]; застосування спеціалізованих алгоритмів для керування системою рекуперації, що працює на суперконденсаторний модуль [15]. У низці робіт автори проводили дослідження переваг застосування суперконденсаторів у гібридній системі накопичення енергії за допомогою програмних середовищ, таких як MATLAB/Simulink [16] та AVL Cruise [17]. Тематика інших праць спрямовувалася на: дослідження спільної роботи суперконденсатора та АБ у системах рекуперативного гальмування, виявленню переваг їх спільної роботи та енергетичної ефективності [18], застосуванню в системах привода модульних БДПС спеціальних конфігурацій з гібридною системою бортового живлення [19], [20].

Однак, всі ці роботи концентрувалися на аналізі та описі втрат в системі привода під час рекуперативного гальмування, підвищенні його енергетичної ефективності за допомогою програмних, алгоритмічних чи апаратних рішень, вирішували проблеми кількості силової апаратури, типів джерел живлення та типів електричних машин, не аналізуючи при цьому граничних можливостей ЕТЗ у гальмівних режимах та використання гальмівної потужності як теоретичної межі рекуперації.

Мета дослідження. Метою дослідження є отримання сімейства характеристик механічної гальмівної потужності конкретного малопотужного ЕТЗ за різних гальмівних прискорень та проведення комп'ютерного симулювання роботи цього ЕТЗ для оцінки граничної межі рекуперативного гальмування з врахуванням неминучих втрат в силовому каналі передачі цієї потужності від коліс до АБ.

Аналітична залежність механічної потужності гальмування ЕТЗ. Відправною точкою аналізу енергетичної ефективності того чи іншого режиму роботи ЕТЗ є рівняння руху, яке отримується шляхом представлення ЕТЗ у вигляді об'єкта, на який діють різні сили

у відповідних режимах роботи. На рис. 1 показано загальний випадок дії сил на малий ЕТЗ, яким в даному дослідженні виступає електровелосипед.

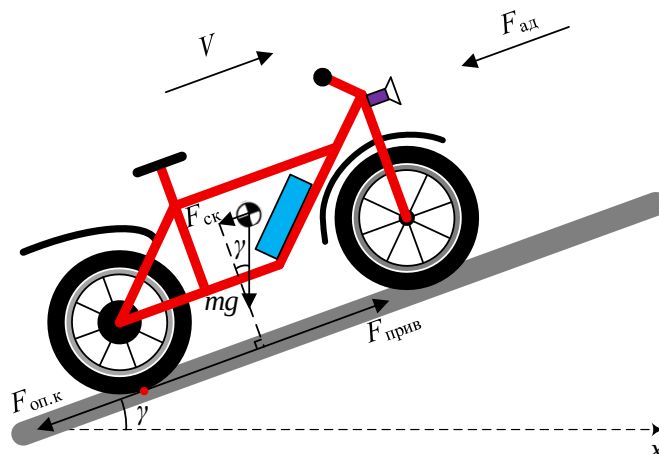


Рис. 1. Сили, що діють на малий ЕТЗ у загальному випадку
Джерело: розроблено авторами

З Рис.1 можна записати рівняння руху ЕТЗ, що в загальному випадку представляється виразом

$$F_{\text{прив}} - F_{\text{оп.к}} - F_{\text{ад}} - F_{\text{ск}} = ma, \quad (1)$$

де $F_{\text{прив}}$ – сила, що розвивається приводом ЕТЗ; $F_{\text{оп.к}}$ – сила опору кочення; $F_{\text{ад}}$ – сила аеродинамічного опору повітря; $F_{\text{ск}}$ – сила скочування під час руху під гору; m – повна маса ЕТЗ; a – прискорення.

Рівняння, що описує опір кочення має такий вигляд:

$$F_{\text{оп.к}} = \begin{cases} f_d m g \cos \gamma, & V > 0 \\ 0, & V = 0 \end{cases} \quad (2)$$

де f_d – коефіцієнт опору кочення; γ – кут ухилу; V – лінійна швидкість руху ЕТЗ.

Для знаходження сили аеродинамічного опору використовується вираз

$$F_{\text{ад}} = 0,5 \rho_a A_f c_d V^2, \quad (3)$$

де ρ_a – густина повітря; A_f – фронтальна площа ЕТЗ з пасажиром; c_d – коефіцієнт аеродинамічного опору.

Сила скочування описується наступним відомим виразом:

$$F_{\text{ск}} = m g \sin \gamma. \quad (4)$$

Параметри дослідного ЕТЗ в рівняннях (2)–(4) зведено у Таблиці 1.

Таблиця 1. Параметри рівнянь (2)–(4)

Параметр	Значення
m	100 кг
f_d	0,015
ρ_a	1,23 кг/м ³
A_f	0,5 м ²
c_d	0,22

Джерело: розроблено авторами

У даній роботі не розглядається гальмування за руху на ухилі вгору чи вниз, тому складова $F_{\text{ск}} = 0$. У режимі тяги привод розвиває тягове зусилля $F_{\text{прив}} = F_t$, а у режимі гальмування – гальмівне $F_{\text{прив}} = F_g$. Вплив цих зусиль показано на рис. 2 та Рис.2б, відповідно.

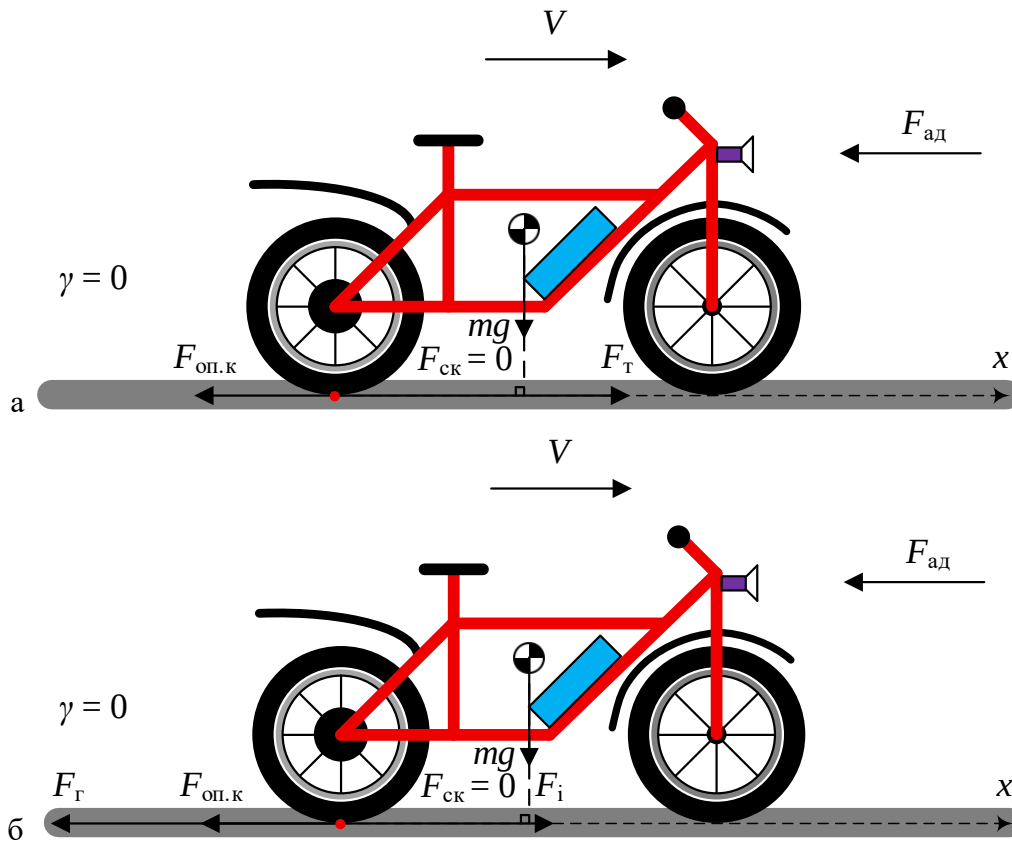


Рис. 2. Сили, що діють на дослідний ЕТЗ:
а – в режимі тяги; б – в режимі гальмування

Джерело: розроблено авторами

З Рис.2 (позначення F_i – сила інерції транспортного засобу, $F_i = ma$) можна представити математичний опис даних режимів відповідними рівняннями:

$$F_T - F_{\text{оп.к}} - F_{\text{ад}} = ma; \quad (5)$$

$$-F_G - F_{\text{оп.к}} - F_{\text{ад}} = ma. \quad (6)$$

Таким чином, вираз для знаходження зусилля гальмування (за умови, що в режимі гальмування прискорення є від'ємним) буде мати вигляд:

$$-F_G = ma + (F_{\text{оп.к}} + F_{\text{ад}}). \quad (7)$$

Відповідно, вираз механічної потужності гальмування представляється у вигляді

$$P_G = -F_G V = [ma + (F_{\text{оп.к}} + F_{\text{ад}})]V. \quad (8)$$

Знак мінус перед F_G у виразах (7) та (8) залишені свідомо для збереження логіки роботи транспортного засобу – додатна механічна потужність є рушійною, а від'ємна – гальмівною.

Отримані приведені на Рис. 3 результати репрезентують залежності механічної потужності гальмування від швидкості руху ЕТЗ за різних постійних значень прискорення $P_G(a, V)$ і представляють собою теоретичні межі рекуперації за конкретного гальмівного прискорення. Перетворена електрична потужність, що піде на підзарядку АБ, буде завжди меншою за модулем за теоретичну механічну потужність, розвинену ЕТЗ за конкретного гальмівного прискорення. Даний аспект залежить, очевидно, від втрат у системі привода та особливостей роботи методу комутації обмоток БДПС під час рекуперативного гальмування. В цілому, представлені залежності є нелінійними за своєю природою, оскільки має місце слабкий прояв нелінійної сили аеродинамічного опору, проте цей вплив є малопомітним. Об'єми енергії, відданої АБ в процесі рекуперативного гальмування, залежать від кінетичної енергії ЕТЗ та ефективності перетворення цієї енергії в електричну системою привода.

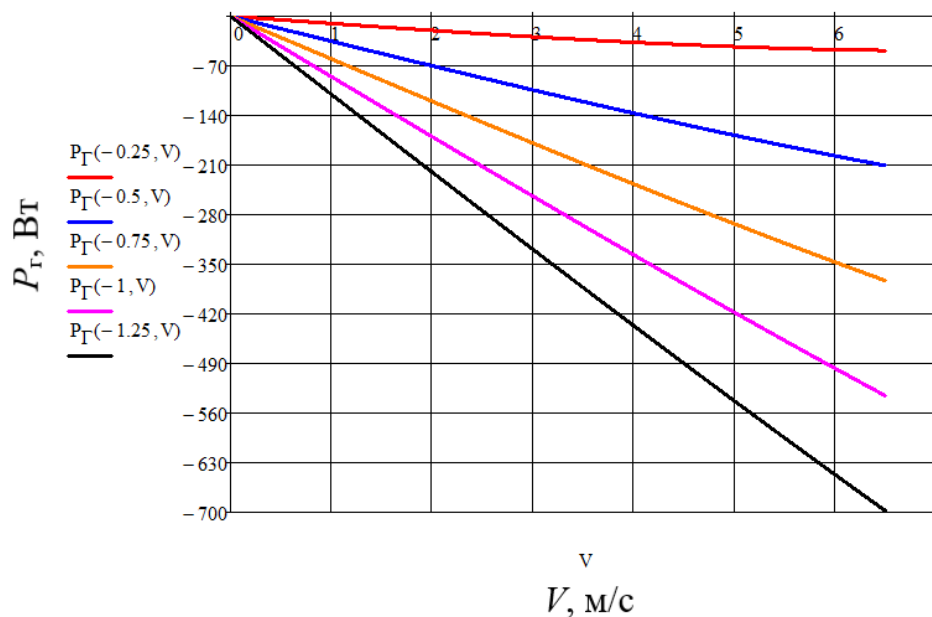


Рис. 3. Сімейство гальмівних характеристик для досліджуваного ЕТЗ

Джерело: розроблено авторами

Комп'ютерне моделювання привода малого ЕТЗ. Як відомо, будь який реальний перетворювач енергії, до яких також належить БДПС, характеризується втратами, які залежать від режиму його роботи. Для оцінки впливу цих втрат на величину реальної отриманої потужності в кожному з досліджуваних режимів рекуперативного гальмування конкретного малого ЕТЗ було проведено комп'ютерне моделювання та симулювання роботи в середовищі MATLAB/Simulink. У Табл. 2 наведено параметри приводного БДПС, вмонтованого в колесо дослідного ЕТЗ.

Таблиця 2. Параметри БДПС

Параметр	Значення
Номінальна потужність	500 Вт
Номінальна напруга DC живлення	48 В
Номінальна частота обертання	250 об/хв
Номінальний момент	20 Н·м
Кількість пар полюсів	22
Активний опір фази	0,317 Ом
Індуктивність фази	0,238 мГн
Потокозчеплення з однією парою ПМ	0,04 В·с
Сумарний приведений до валу момент інерції	11,04 кг·м²
Радіус мотор-колеса	0,329 м

Джерело: розроблено авторами

На Рис. 4 зображено комп'ютерну модель привода електровелосипеда, яка складається з таких елементів бібліотеки Simscape середовища Simulink: БДПС (Permanent Magnet Synchronous Machine), силовий інвертор, реалізований на MOSFET транзисторах (Universal Bridge), літій-іонна батарея (Battery). Статичне навантаження БДПС реалізує блок Static Load Subsystem, побудований на основі рівнянь (2)-(4). Вимірювання електричних змінних БДПС під час роботи привода реалізовує підсистема Measurement Subsystem: лінійних струмів та фазних напруг, а також обчислення на їх основі споживаної двигуном активної потужності. Підсистема Control Subsystem реалізує двоконтурну систему підпорядкованого керування приводом ЕТЗ. Детально дана модель описана в [21]. Для рекуперативного гальмування БДПС обрано метод двоключової комутації силових транзисторів інвертора, що в англійській літературі називається double switch braking (DSB) [22].

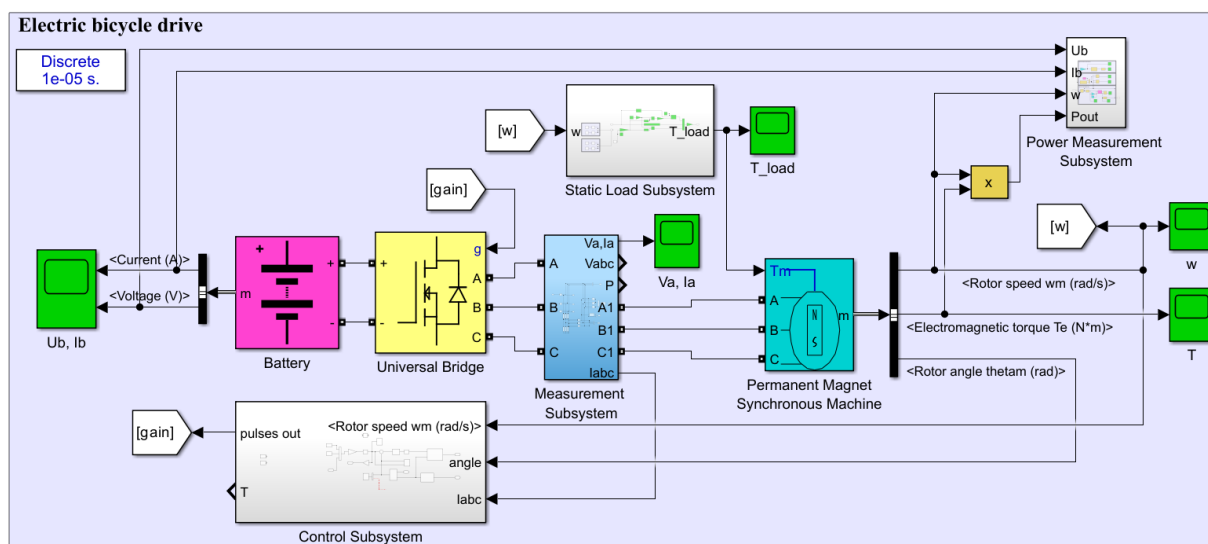


Рис. 4. Комп'ютерна модель привода електровелосипеда

Джерело: рохроблено авторами

Для реалізації вимірювань та обчислень енергетичних показників привода розроблено підсистему Power Measurement Subsystem (Рис. 5). Виділена область “Speed and Acceleration” реалізовує обчислення лінійної швидкості (Linear Speed) та прискорення (Acceleration) ЕТЗ на основі сигналу кутової швидкості БДПС. За допомогою області “Energy” відбувається автоматичне обчислення електричної (Electrical Braking Energy) та механічної (Mechanical Braking Energy) енергій рекуперативного гальмування шляхом інтегрування відповідних потужностей тоді, коли ЕТЗ здійснює гальмування. Область “Power and efficiency” дозволяє отримати відфільтровані значення електричної (Electrical Power) та механічної (Mechanical Power) потужностей привода ЕТЗ, а також обчислити на їх основі ККД рекуперативного гальмування (Braking Efficiency).

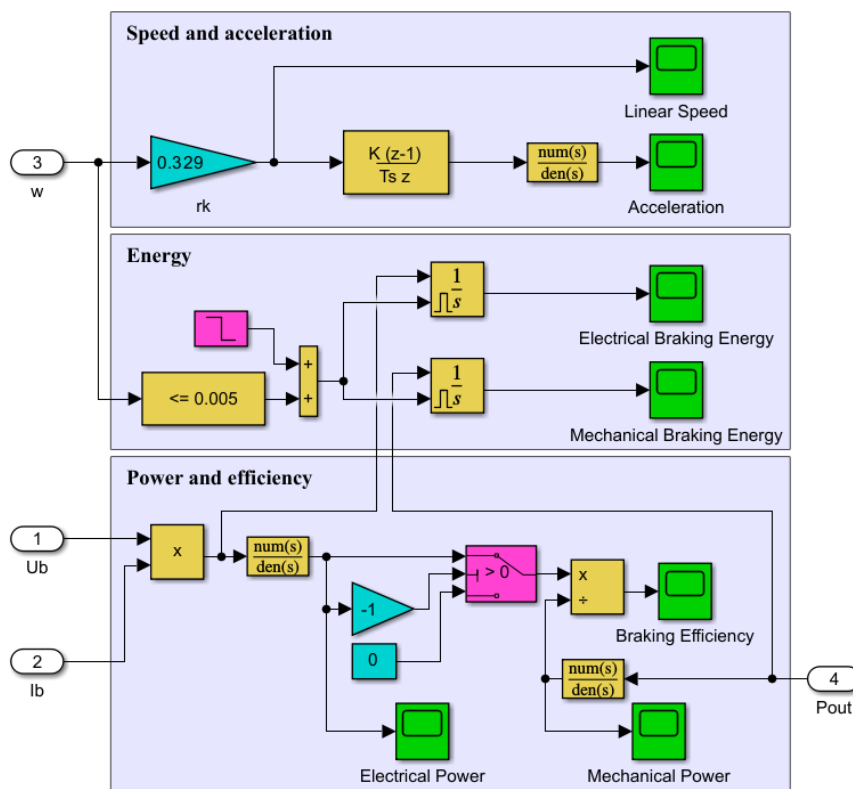


Рис. 5. Підсистема Power Measurement Subsystem

Джерело: розроблено авторами

Методика симуляційного дослідження. Для автоматизації процесу симулювання авторами був реалізований програмний скрипт, що дозволяв провести трикратне повторення симуляції моделі (Рис. 4) за трьох різних гальмівних прискорень: -1 м/с^2 , $-0,8 \text{ м/с}^2$ та $-0,6 \text{ м/с}^2$. Чисельним методом симулювання було обрано Ode23tb з дискретним кроком 10^{-5} . Часові діаграми координат привода, такі як кутова швидкість та момент БДПС, а також момент статичного навантаження були отримані за допомогою відповідних осцилоскопів. Отримані результати у вигляді часових масивів було збережено у Excel-файли із записом кожної тисячної точки, та зчитано програмним середовищем Mathcad для побудови залежностей гальмівних механічної та електричної потужностей, а також залежностей ККД від лінійної швидкості гальмування.

Результати симуляційного дослідження. На Рис. 6 відображено результати тестового заїзду (для першого гальмівного прискорення $a = -1 \text{ м/с}^2$), який складався з таких етапів: розгін БДПС до 20 рад/с , рух з постійною швидкістю і рекуперативне гальмування до повної зупинки ЕТЗ.

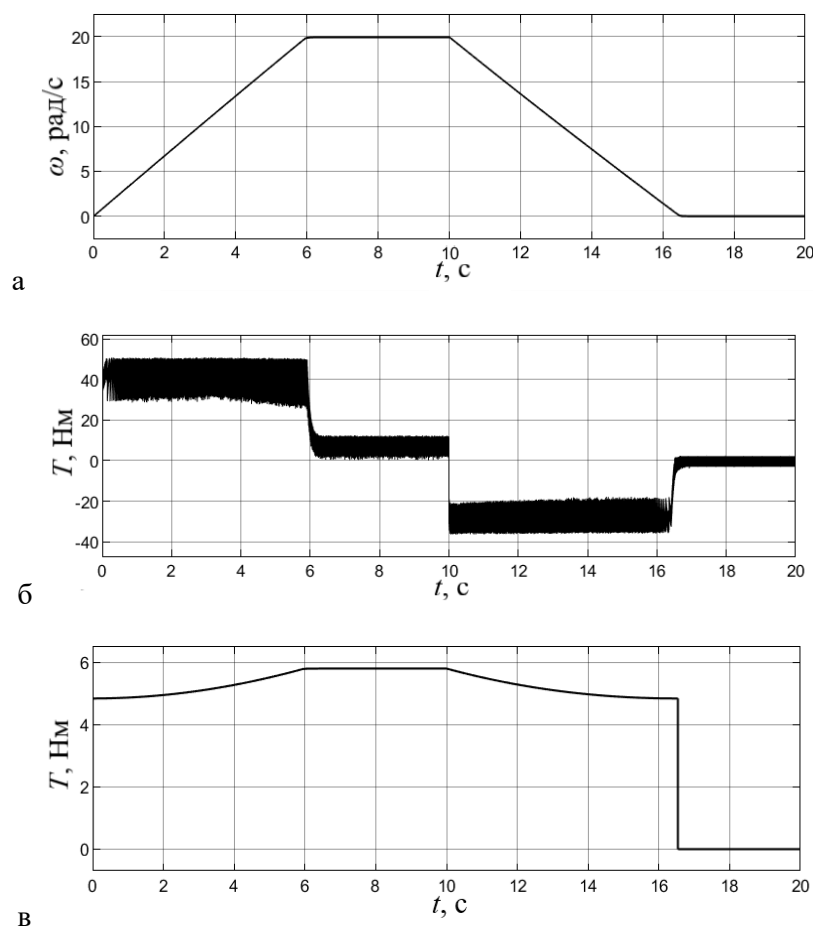


Рис. 6. Отримані для першого циклу симулювання (гальмівне прискорення $a = -1 \text{ м/с}^2$) часові залежності:

а – кутова швидкість БДПС; б – момент БДПС; в – момент статичного навантаження

Джерело: розроблено авторами

На Рис. 7 зображено результати комп'ютерного симулювання у вигляді залежностей механічної та електричної потужностей (Рис. 7а та Рис. 7в) і коефіцієнта корисної дії (Рис. 7г) рекуперативного гальмування від лінійної швидкості руху ЕТЗ для трьох заданих гальмівних прискорень, відповідно: $a = -1 \text{ м/с}^2$, $a = -0,8 \text{ м/с}^2$, $a = -0,6 \text{ м/с}^2$. Вищезгадані залежності були побудовані за допомогою програмного середовища Mathcad.

Обговорення результатів. Залежності механічної та електричної потужностей рекуперативного гальмування від швидкості руху (Рис. 7а та Рис. 7в) мають близький до лінійного характер при виставлених в даній роботі дослідних межах зміни лінійної

швидкості (0–6,5 м/с). Зі зменшенням гальмівного прискорення відповідна лінія електричної потужності все більше наближається до відповідної лінії механічної (граничної межі), що свідчить про зменшення потужності втрат в силовому каналі привода (БДПС, інверторі та АБ).

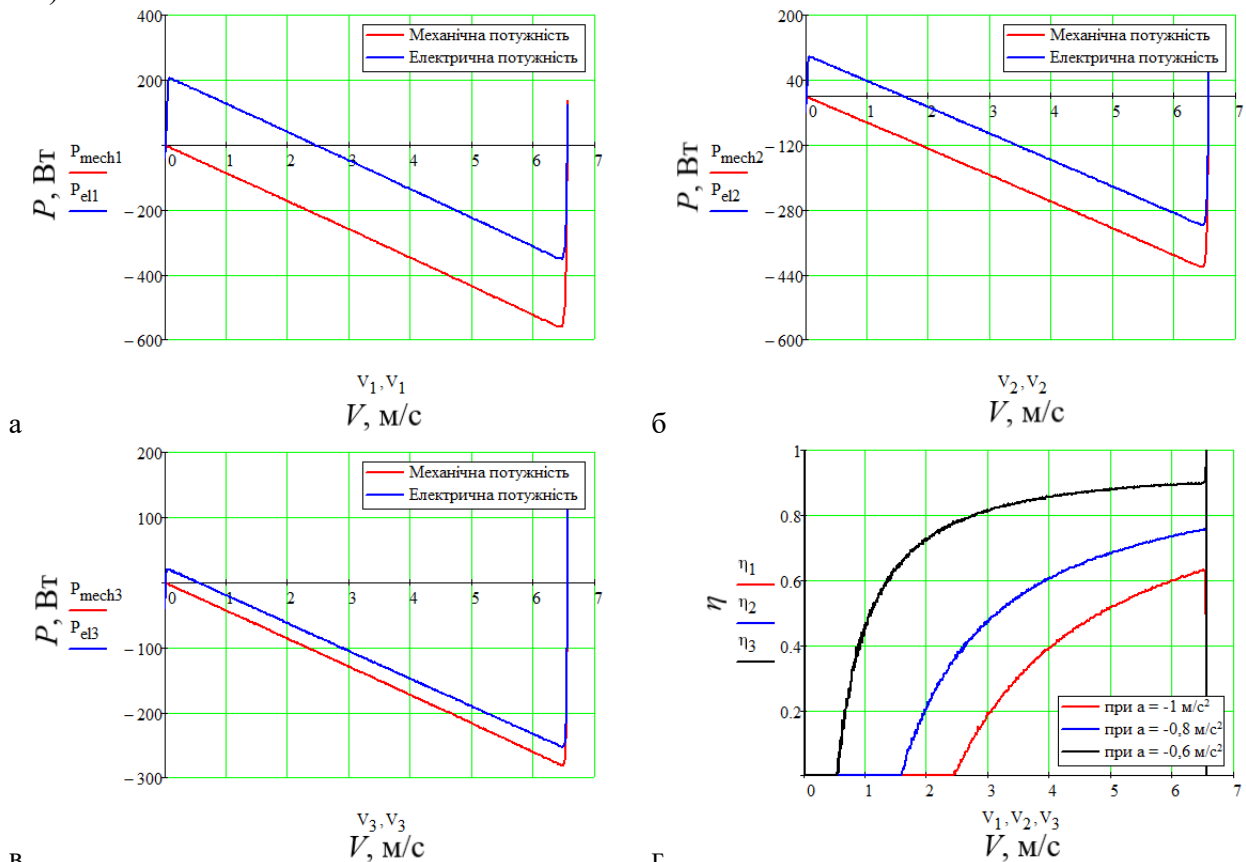


Рис. 7. Отримані залежності під час рекуперативного гальмування від швидкості руху: а – потужності гальмування за $a = -1 \text{ м/с}^2$; б – потужності гальмування за $a = -0,8 \text{ м/с}^2$; в – потужності гальмування за $a = -0,6 \text{ м/с}^2$; г – ККД гальмування для досліджуваних трьох прискорень

Джерело: розроблено авторами

Окрім цього, варто зазначити, що при певній швидкості крива електричної потужності перетинає вісь абсцис і переходить в інший квадрант. Починаючи із цієї точки і до досягнення швидкістю руху ЕТЗ нульового значення рекуперація енергії вже не може відбуватися, оскільки втрати потужності в силовому тракті стають більшими від механічної потужності гальмування. При цьому для забезпечення заданого прискорення гальмування енергія вже споживається з АБ.

Неефективність процесу рекуперативного гальмування на низьких швидкостях також видна із залежностей ККД від швидкості руху, наведених на рис. 7г. Цей же рисунок підтверджує той факт, що зменшення гальмівного прискорення призводить до збільшення максимальної енергетичної ефективності процесу рекуперативного гальмування. Даний аспект пояснюється як зменшенням кінетичної енергії ЕТЗ при гальмуванні на низьких швидкостях, і, відповідно, зменшенням її значення відносно втрат в системі привода, так і обраним методом рекуперативного гальмування DSB, який характеризується драматичним зниженням ККД при значенні коефіцієнта заповнення ШІМ вище 0,5 [22]. Відповідне зменшення електричної енергії веде за собою зменшення гальмівного струму, а відтак і гальмівного моменту. Отож, для збільшення енергоефективності процесу рекуперації, тобто для забезпечення роботи останньої в межах її максимального ККД, виникає необхідність поєднання інших систем гальмування із рекуперативною. Як один із

варіантів реалізації такої гібридної системи пропонується поєднувати традиційні фрикційні системи з системою рекуперативного гальмування.

Об'єми механічної енергії як потенційно можливої для рекуперації, а також рекуперованої в АБ електричної енергії для трьох циклів дослідження становили: для $a = -1 \text{ м/с}^2$ механічна –1815,9 Дж, електрична енергія –712,2 Дж, ККД 39,2 %; для $a = -0,8 \text{ м/с}^2$ механічна –1716,1 Дж, електрична енергія –980,6 Дж, ККД 57,1 %; для $a = -0,6 \text{ м/с}^2$ механічна –1546,2 Дж, електрична енергія –1281,5 Дж, ККД 82,9 %.

Висновки. У даній роботі було розроблено математичну модель для обчислення механічної потужності гальмування ЕТЗ, за допомогою якої було отримано сімейство граничних гальмівних характеристик. Симуляційне дослідження в середовищі MATLAB/Simulink за допомогою розробленої комп'ютерної моделі дало можливість отримати результати у вигляді часових діаграм основних координат привода (рис. 6), а також залежностей електричної та механічної потужностей гальмування і ККД від швидкості руху для трьох заданих гальмівних прискорень (-1 м/с^2 , $-0,8 \text{ м/с}^2$, $-0,6 \text{ м/с}^2$), що наведені на рис. 7.

Аналіз вищезгаданих результатів дозволив дійти таких висновків: зі зменшенням гальмівного прискорення росте максимальна енергетична ефективність рекуперативного гальмування, при малих швидкостях руху ККД має тенденцію знижуватися до нуля, що пояснюється втратами в системі привода і використаним в моделі привода електровелосипеда методом рекуперації DSB. Окрім цього, через втрати в силовому каналі передачі енергії від коліс до АБ, для повної зупинки ЕТЗ, на останніх етапах гальмування привод споживає енергію із АБ.

Отримані гальмівні характеристики (Рис. 3) можна використати під час синтезу алгоритмів керування рекуперативним гальмуванням ЕТЗ, для вибору допустимих режимів роботи електропривода або для оцінки граничної межі енергоефективності ЕТЗ в процесі рекуперації.

Для підвищення загальної енергетичної ефективності процесу рекуперативного гальмування пропонується використання гібридних систем гальмування, які поєднують традиційні фрикційні гальма та систему рекуперації із розподілом гальмівних зусиль у певному оптимальному співвідношенні для отримання максимального значення енергії, рекуперованої в АБ. Розподіл гальмівного зусилля (моменту) між різними гальмівними системами буде предметом подальших досліджень авторів.

Конфлікт інтересів: Автори декларують, що не мають конфлікту інтересів, зокрема фінансового, особистого, авторського чи будь-якого іншого характеру, який міг би вплинути на дослідження, а також на результати, опубліковані в цій статті.

Фінансування: Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

Доступність даних: Усі дані доступні в цифровій або графічній формі в основному тексті рукопису.

Використання засобів штучного інтелекту: Під час підготовки рукопису використовувався інструмент Google Gemini 3.6 Flash штучного інтелекту (ШІ) для оформлення списку літератури за заданим зразком. Усі фрагменти, опрацьовані за його допомогою, були перевірені й відредаговані авторами. ШІ не використовувався для генерації тексту, формул і таблиць, формування наукових положень, отримання результатів або формулювання висновків. Наукові положення, результати та висновки є власним інтелектуальним внеском авторів

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Gökçe, C., Üstün, Ö. & Yeksan, A. Y. "Dynamics and limits of electrical braking". *2013 8th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO)*, Bursa, Turkey. 2013. DOI: <https://doi.org/10.1109/eleco.2013.6713845>.
2. Choo, K.-M. & Won, C.-Y. "Design and analysis of electrical braking torque limit trajectory for regenerative braking in electric vehicles with PMSM drive systems". *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2020; 35 (12): 13308–13321. DOI: <https://doi.org/10.1109/tpel.2020.2994615>.
3. Kivanc, O. C. & Ustun, O. "Investigation of regenerative braking performance of brushless direct current machine drive system". *Applied Sciences*. 2021; 11 (3): 1029, <https://www.scopus.com/pages/publications/85100115304>.

DOI: <https://doi.org/10.3390/app11031029>.

4. Kivanc, O. C., Ustun, O., Tosun, G. & Tuncay, R. N. “On regenerative braking capability of BLDC motor”. *IECON 2016 – 42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Florence, Italy. 2016. DOI: <https://doi.org/10.1109/iecon.2016.7793608>.

5. Popescu, L. & Stănescu, A. “Efficiency maps for an EV BLDC motor using analytic calculation and simulation”. *Actualități și Perspective în Domeniul Mașinilor Electrice (Electric Machines, Materials and Drives – Present and Trends)*. 2022; 18 (1): 89–99. DOI: <https://doi.org/10.36801/apme.2022.1.11>.

6. Stawczyk, P. “Three switched transistors control algorithm for high efficiency regenerative braking system with BLDC motor”. *Przegląd Elektrotechniczny*. 2025; 101 (4): 94–99. DOI: <https://doi.org/10.15199/48.2025.04.18>.

7. Karyś, S. & Stawczyk, P. “High-efficiency BLDC motor regenerative braking system with new single-switched transistor control algorithm”. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2025; 166: 110565, <https://www.scopus.com/pages/publications/85218901505>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2025.110565>.

8. Nama, T., Mondal, P., Tripathy, P., Adda, R. & Gogoi, A. K. “Design, modeling and hardware implementation of regenerative braking for electric two-wheelers for hilly roads”. *IEEE Access*. 2022; 10: 130602–130618, <https://www.scopus.com/pages/publications/85144786611>. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3229597>.

9. Mishra, A. K. & Kim, T. “A BLDC motor-driven light plug-in electric vehicle (LPEV) with cost-effective on-board single-stage battery charging system”. *2021 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC)*, Chicago, IL, USA. 2021. DOI: <https://doi.org/10.1109/ITEC51675.2021.9490066>.

10. Li, P., Zhang, Z., Shen, A., Luo, X. & Tang, Q. “Combined unipolar and bipolar PWM for braking control of brushless DC motor”. *2020 Chinese Automation Congress (CAC)*, Shanghai, China. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1109/CAC51589.2020.9327726>.

11. Naseem, H. & Seok, J.-K. “Recent advances in bidirectional converters and regenerative braking systems in electric vehicles”. *Actuators*. 2025; 14 (7): 347, <https://www.scopus.com/pages/publications/105011476843>. DOI: <https://doi.org/10.3390/act14070347>.

12. Shchur, I. Z. & Turkovskiy, V. P. “Integrated system of modular power supply and multilevel control of brushless dc motor for electric vehicles”. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2020; (6): 68–75, <https://www.scopus.com/pages/publications/85099098775>. DOI: <https://doi.org/10.33271/nvngu/2020-6/068>.

13. Shchur, I. “Bidirectional single-stage Zeta–SEPIC DC-AC converter for traction BLDC motors”. *IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*. 2022. Kharkiv, Ukraine. <https://www.scopus.com/pages/publications/85141495005>. DOI: <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek57572.2022.9916353>.

14. Abraham, P. K. & Namboodiry, J. “Ultracapacitor based constant torque regenerative braking system for a brushless DC motor”. *IEEE International Power and Renewable Energy Conference (IPRECON)*. 2021. Kollam, India. DOI: <https://doi.org/10.1109/IPRECON52453.2021.9640982>.

15. Vishnu, S., Dash, A., Praveena Krishna, P. S., Arjun, M. & Jayalakshmi, N. S. “Hybrid control algorithm for BLDC drive involving battery and supercapacitor in E-bikes”. *International Virtual Conference on Power Engineering Computing and Control: Developments in Electric Vehicles and Energy Sector for Sustainable Future (PECCON)*. 2022. Chennai, India. DOI: <https://doi.org/10.1109/PECCON55017.2022.9851060>.

16. Kachhwaha, A., Rashed, G. I., Garg, A. R., Mahela, O. P., Khan, B., Shafik, M. B. & Hussien, M. G. “Design and performance analysis of hybrid battery and ultracapacitor energy storage system for electrical vehicle active power management”. *Sustainability*. 2022; 14 (2): 776, <https://www.scopus.com/pages/publications/85122728412>.

DOI: <https://doi.org/10.3390/su14020776>.

17. Pielecha, I. “Energy management system of the hybrid ultracapacitor-battery electric drive vehicles”. *Archives of Transport*. 2021; 58 (2): 47–62, <https://www.scopus.com/pages/publications/85107920481>. DOI: <https://doi.org/10.5604/01.3001.0014.8797>.

18. Shana, L. P., Gudipalli, A., Fahsyar, P. N. A. & Vaithilingam, C. A. “Performance investigation on BLDC motor and regenerative braking with super-capacitor for electric vehicle application”. *International Conference on Innovations in Power and Advanced Computing Technologies (I-PACT)*. 2023. Kuala Lumpur, Malaysia. DOI: <https://doi.org/10.1109/I-PACT58649.2023.10434314>.

19. Shchur, I. & Turkovskiy, V. “H–H configuration of modular EV powertrain system based on the dual three-phase BLDC motor and battery-supercapacitor power supply system”. *World Electric Vehicle Journal*. 2023; 14 (7): 173, <https://www.scopus.com/pages/publications/85166368531>. DOI: <https://doi.org/10.3390/wevj14070173>.

20. Shchur, I. & Turkovskiy, V. “Open-end winding dual three-phase BLDC motor drive system with integrated hybrid battery-supercapacitor energy storage for electric vehicle”. *20th IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES)*, 2021. 1–6. Kremenchuk, Ukraine. <https://www.scopus.com/pages/publications/85120967586>. DOI: <https://doi.org/10.1109/MEES52427.2021.9598697>.

21. Shchur, I. Z., Lutchyn, I. Y. & Korkosz, M. “Computer simulation of an electric bicycle wheel drive with real load emulation”. *Herald of Advanced Information Technology*. 2026; 9 (2): 247–260. DOI: <https://doi.org/10.15276/hait.09.2026.17>.

22. Dubey, M. K. & Bobba, P. B. “Variable Switch Regenerative Braking Technique for PM BLDC Motor Driven Electric Two-wheeler”. *1st International Conference on Sustainable Energy and Future Electric Transportation (SeFet)*. 2019; 87: 01029. DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20198701029>.

Отримано 03.09.2026

Отримано після перегляду 06.10.2026

Прийнято 12.10.2026

DOI: <https://doi.org/10.15276/ict.03.2026.82>

UDC 621.233:629.113.65:519.87

Marginal efficiency assessment of regenerative braking of an electric vehicle drive

Ihor Y. Lutchyn¹⁾

ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-2691-9381>; ihor.y.lutchyn@lpnu.ua. Scopus Author ID: 60560224000

Ihor Z. Shchur¹⁾

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7346-1463>; ihor.z.shchur@lpnu.ua. Scopus Author ID: 36348908300

¹⁾ Lviv Polytechnic National University, 12, Stepana Bandery Str. Lviv, 79013, Ukraine

ABSTRACT

It is known that regenerative braking in small electric vehicles is not always efficient, a fact attributed to both the relatively low total weight and travel speed and the losses within the drive system. A review of existing literature indicates that research often focuses on enhancing the efficiency of this process through improvements the software, hardware, or technical solutions; however, the theoretical upper limit of this efficiency has not been clearly defined. This study develops a mathematical model of the motion of a small electric vehicle – an electric bicycle – to derive a set of braking characteristics representing the theoretically maximum regenerative braking power as a function of braking deceleration and travel speed. To evaluate actual regenerative braking power and energy returned to the battery, a computer simulation of the electric bicycle’s drive system (featuring a brushless DC motor) was conducted using the MATLAB/Simulink environment. The research methodology involved performing test runs at three distinct deceleration rates while recording mechanical and electrical power values and calculating the drive system’s regenerative energy and efficiency were conducted. The obtained results lead to the conclusion that the maximum efficiency of regenerative braking increases

as braking acceleration decreases; however, at the end of the braking process – at a specific speed—the energy efficiency drops dramatically to zero, a phenomenon attributed to both drive system losses and the chosen braking method.

Keywords: Electric Vehicle; Electric Bicycle; Brushless DC Motor; Regenerative Braking; Limiting Efficiency of Regeneration

ІНФОРМАЦІЯ ПРО АВТОРІВ



Лутчин Ігор Юрійович - аспірант кафедри Електромеханічних та електротехнічних систем. Національний університет «Львівська політехніка», вул. Степана Бандери, 12. Львів, 79013, Україна

Галузь досліджень: рекуперативне гальмування безщіткових двигунів постійного струму в електричних транспортних засобах; Hardware-In-The-Loop системи

Ihor Y. Lutchyn - PhD student at the Department of Electromechanical and Electrical Systems. Lviv Polytechnic National University. 12, Stepana Bandery Str. Lviv, 79013, Ukraine

ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-2691-9381>; ihor.y.lutchyn@lpnu.ua. Scopus Author ID: 60560224000

Research field: Regenerative braking of brushless direct current motors in light electric vehicles; Hardware-In-The-Loop systems



Щур Ігор Зенонович - доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Електромеханічних та електротехнічних систем. Національний університет «Львівська політехніка», вул. Степана Бандери, 12. Львів, 79013, Україна

Галузь досліджень: безредукторні електроприводи на базі синхронних машин з постійними магнітами; електроприводи і системи керування для електромобілів; малопотужні системи перетворення відновлюваної енергії, включаючи сонячні фотоелектричні та вітрові; гібридні системи накопичення енергії, включаючи акумуляторні батареї та суперконденсатори; математичне моделювання мультифізичних систем на енергетичній основі; системи пасивного керування

Ihor Z. Shchur - Doctor of Engineering Sciences, Professor, Head of Department of Electromechanical and Electrical Systems. Lviv Polytechnic National University. 12, Stepana Bandery Str. Lviv, 79013, Ukraine

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7346-1463>; ihor.z.shchur@lpnu.ua. Scopus Author ID: 36348908300

Research field: Direct drives based on synchronous machines with permanent magnets; Electric drives and control systems for electric vehicles; Small power renewable energy conversion systems, including photovoltaic and wind turbine; Hybrid energy storage systems including batteries and supercapacitors; Energy-based mathematical modeling of multi-physics systems; Passivity-based controlled systems